

**SEPTIMA CONSULTA – OPERACIONES ENTRE GRAFOS**

**Presentado a:**

Julio Cesar Florez Baez

**Presentado por:**

Johan Esteban Castaño Martinez - 20191020029

Jhony Alejandro Caro Umbariba - 20191020055

Samuel Andrés Romero Bueno - 20191020127

Grupo 1

Facultad de Ingeniería.

Ciencias de la Computación II.

30 de octubre de 2022.

**INDICE**

[**1.** **Suma o producto umbral de dos grafos:** 3](#_Toc113710075)

[**2.** **Union de dos grafos:** 5](#_Toc113710076)

[**3.** **Grafo intersección:** 6](#_Toc113710077)

[**4.** **Suma anillo:** 9](#_Toc113710075)

[**5.** **Grafo complementario:** 10](#_Toc113710076)

[**6.** **Grafo autocomplementario:** 11](#_Toc113710077)

[**7.** **Producto tensorial:** 13](#_Toc113710075)

[**8.** **Producto carteciano:** 14](#_Toc113710076)

[**9.** **Composición de dos grafos:** 15](#_Toc113710076)

1. **Suma o Producto umbral de dos grafos:**
   1. Primera definición:

, es una operación que consiste en la unión.

y de todas las líneas que unen con Esto es, en si y sólo si ó ó y

Ejemplo:

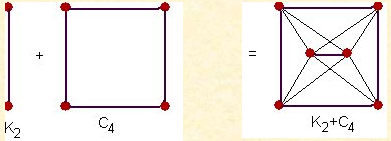


Imagen 1 “Suma de dos grafos” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

Sean dos grafos, llamamos suma de los grafos y al grafo definido como ,

Ejemplo:

Sean los grafos y dados respectivamente por , y .

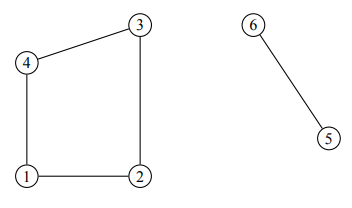


Imagen 2 “Grafos G y G’” tomada de Métodos matemáticos.

El grafo suma donde . .

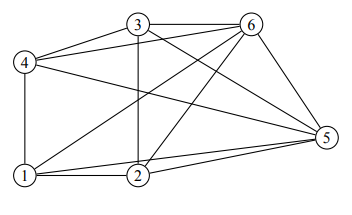


Imagen 3 “Grafo suma G y G’” tomada de Métodos matemáticos.

* 1. Tercera definición:

La suma de dos grafos disjuntos G1 y G2. Denotada G1 + G2, es su unión con cada vértice de un grafo conectado a cada vértice del otro grafo.[[1]](#footnote-3)

Ejemplo:

Tenemos dos grafos G1 y G2:

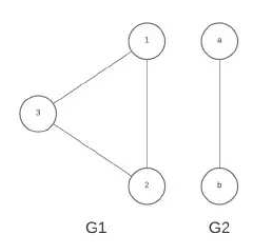


Imagen 4 “Grafos G1 y G2”

Para hacer la operación G1 + G2 unimos, dejamos intactas las aristas de ambos grafos y hacemos unas nuevas para unir cada uno de los vértices de G1 con cada uno de los vértices de G2:

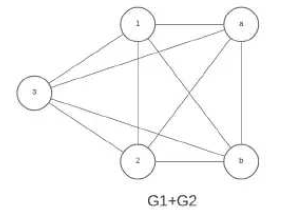


Imagen 5 “Grafo suma G1 y G2”

1. **Unión de dos grafos:**
   1. Primera definición:

La operación de unión entre dos grafos, , está definida como la unión de sus conjuntos de vértices, , y de sus conjuntos de líneas, .[[2]](#footnote-4)

Ejemplo:

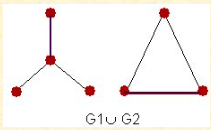
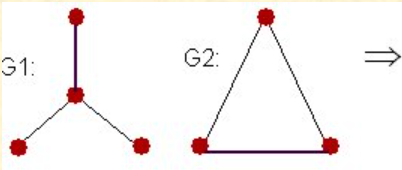
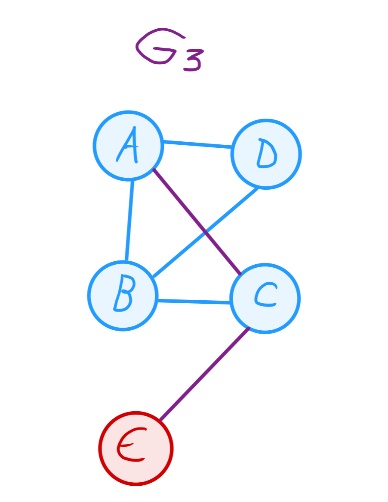


Imagen 6 “Unión de dos grafos” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

Sean , dos grafos, llamamos unión de los grafos y al grafo definido por .[[3]](#footnote-5)

Ejemplo:



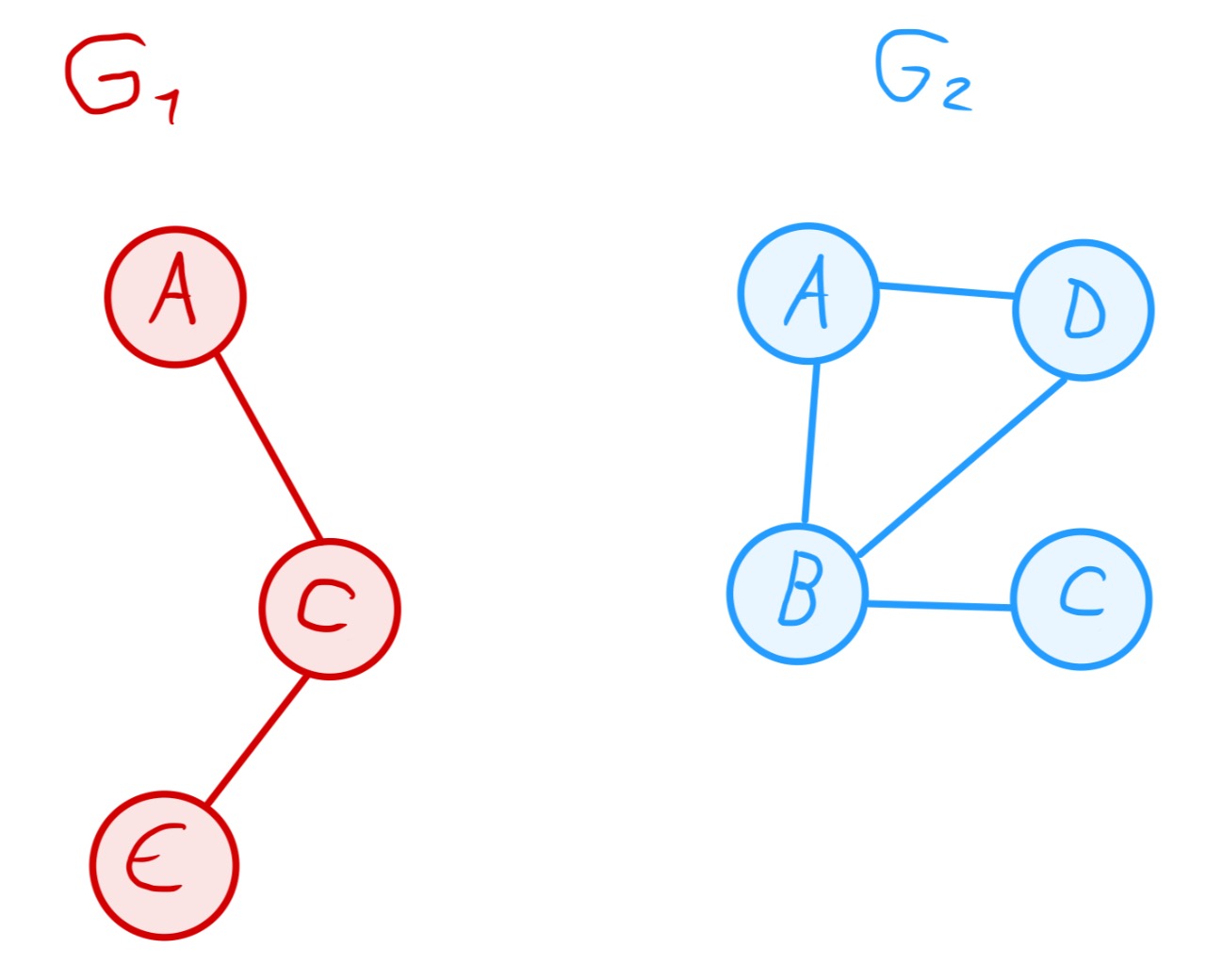


Imagen 7 “Unión de grafos y ”.

* 1. Tercera definición:

Para dos grafos con conjuntos de vértices disjuntos, su unión disjunta es el grafo [[4]](#footnote-6)

Ejemplo:

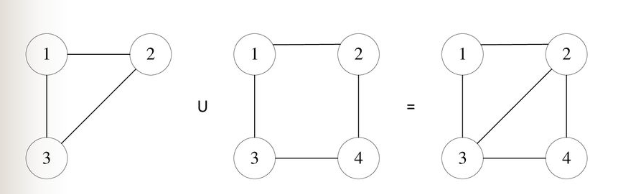


Imagen 8 “Unión de grafos y ”.

1. **Grafo intersección:**
   1. Primera definición:

Para una colección dada de conjuntos se define el grafo intersección de S, con , como el grafo que tiene por conjunto de vértices a los elementos de S, luego .

Dos vértices de están en relación si y sólo si los correspondientes conjuntos tienen una intersección no vacía, esto es, .

Entonces, un grafo G es un grafo intersección sobre S si existe una familia de subconjuntos de S para los cuales G es isomorfo con .

Ejemplo: Dado el grafo G y unos subconjuntos , de vértices el siguiente es el grafo intersección de G.[[5]](#footnote-7)

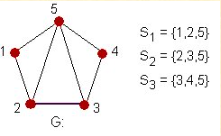


Imagen 9 “Intersección de tres grafos” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

Se define como grafo de intersección el grafo obtenido al representar cada conjunto por un vértice de modo que dos vértices sean adyacentes si y solo si los conjuntos que representan tienen intersección no vacía.[[6]](#footnote-8)

Ejemplo:

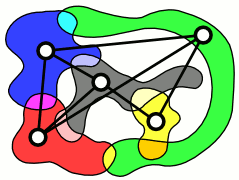


Imagen 10: “cinco conjuntos y grafo intersección asociado” tomada de Teoría de Grafos de Intersección.

* 1. Tercera definición:

Para dos grafos , su intersección es el grafo

Ejemplo:

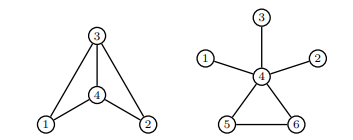


Imagen 11 “Grafos G1 y G2” tomada de Algorithmic Graph Theory.

Ahora para la intersección hacemos un grafo en el que solo estén los vértices y las aristas que se repiten en ambos grafos en esté caso se repiten los vértices 1 y 2 la arista que los conecta, entonces las intersecciones de G1 y G2 será el grafo que contiene solo esos vértices y esa arista:

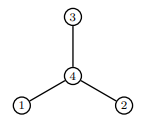


Imagen 12 “Grafo intersección” tomada de Algorithmic Graph Theory.

1. **Suma Anillo:**
   1. Primera definición:

La suma anillo de los subgrafos , es otro subgrafo de G, tal que , y asigna a toda arista un par de vértices de .

Ejemplo: Sean M y N dos conjuntos. La diferencia simétrica de M y N, escrita es el conjunto de todos los elementos que pertenecen a , pero que no pertenecen a

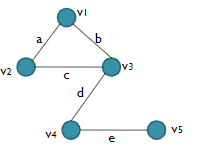
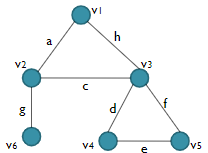
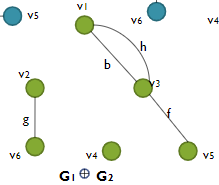
  

Imagen 13 “Suma anillo de dos grafos” tomada de Operaciones entre Grafos.

* 1. Segunda definición:

Sean dos grafos cualesquiera, el grafo suma anillo está dada por donde (unión de las dos aristas de ambos grafos), (Unión de vértices menos intersección de los mismos).[[7]](#footnote-11)

Ejemplo:

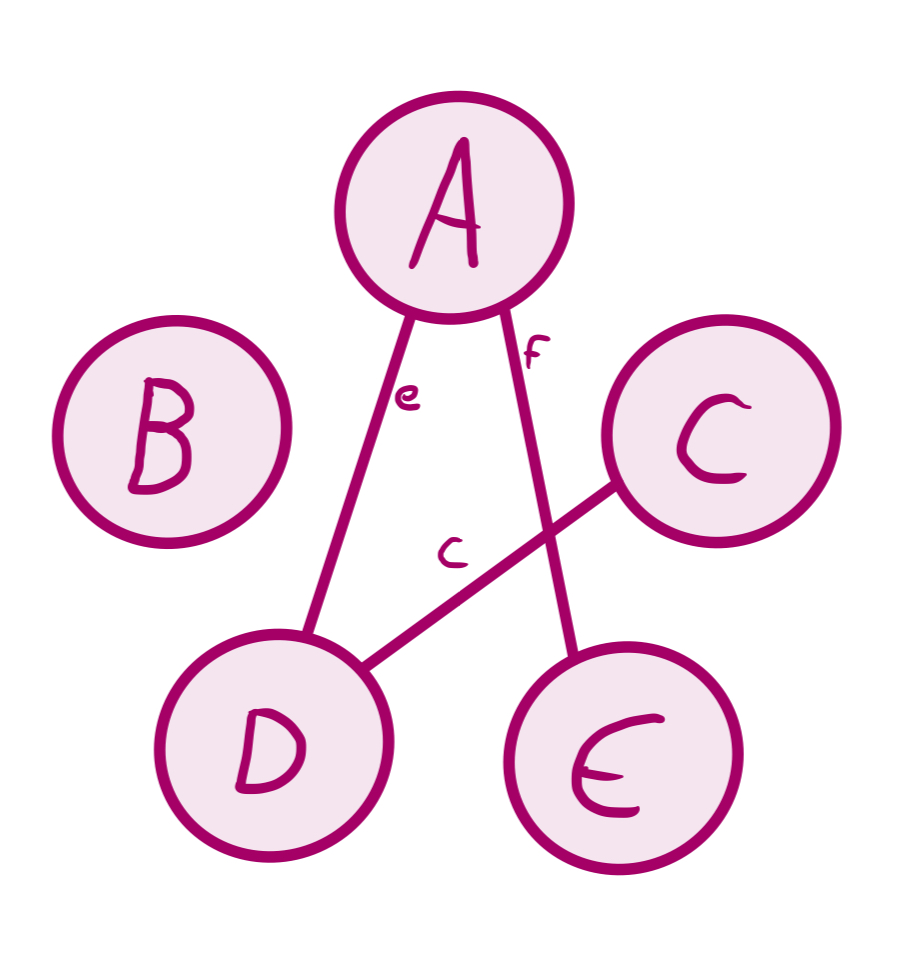
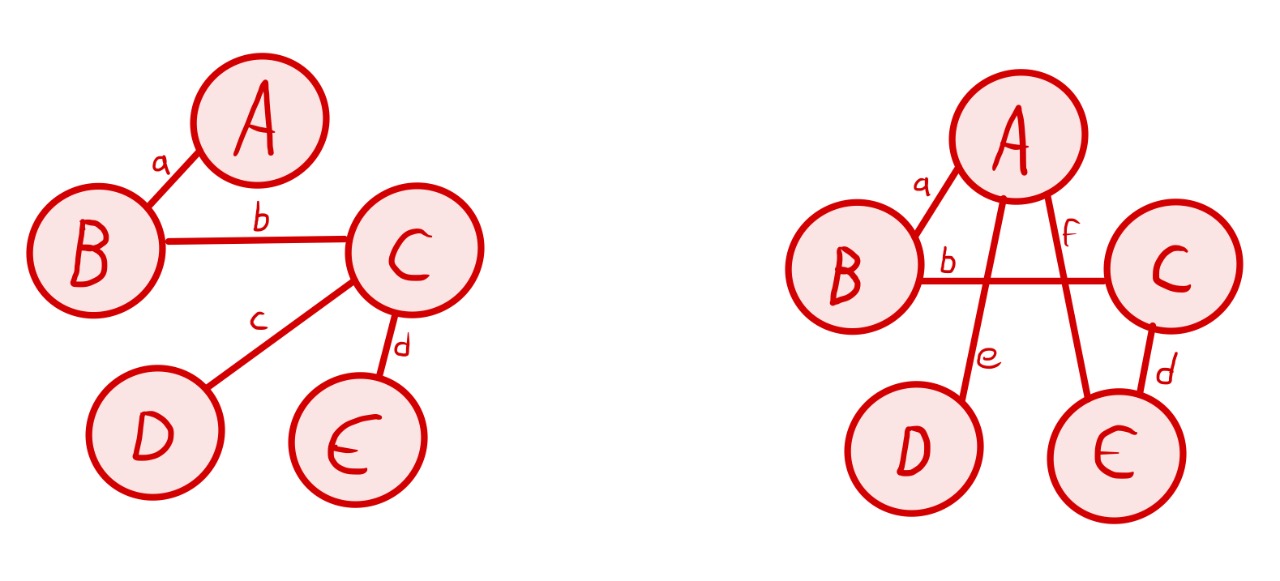


Imagen 14 “Suma anillo de dos grafos”.

1. **Grafo Complementario:**
   1. Primera definición:

El complemento o grafo complementario de un grafo dado G es un grafo cuyo conjunto de vértices es el mismo que el del grafo G y si dos vértices están relacionados en el complemento es porque no lo están en G, es decir, el conjunto de vértices en si y sólo si .[[8]](#footnote-12)

Una forma de construirlo:

* Dibujar el correspondiente grafo completo, Kn con
* Eliminar de Kn las aristas pertenecientes a G

Ejemplo:

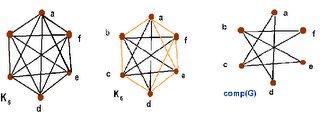
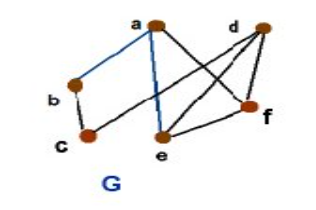


Imagen 15 “Grafo Complemento” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

El grafo complementario del grafo original , está compuesto por todos los vértices de y las aristas que no están en . De ahí el nombre de grafo complementario.[[9]](#footnote-13)

Ejemplo:

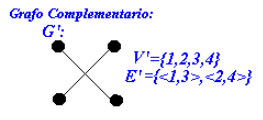
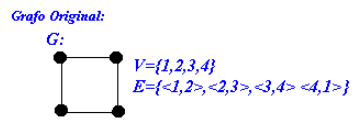


Imagen 16 “Grafo Complemento” tomada de Fundamentos de Informática Teórica.

* 1. Tercera definición:

El complemento de un grafo simple tiene los mismos vértices, pero exactamente los vértices que no están en el grafo original. En otras palabras, si es el complemento de , entonces dos vértices distintos , son adyacentes en sí y solo si estos no son adyacentes en G. También escribimos el complemento de G como G.[[10]](#footnote-14)

Ejemplo

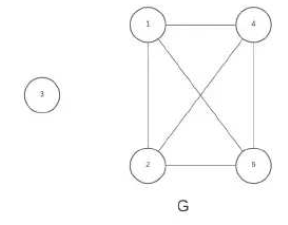
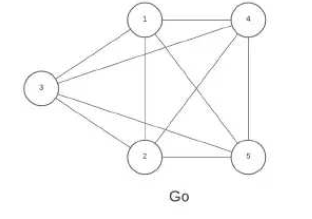
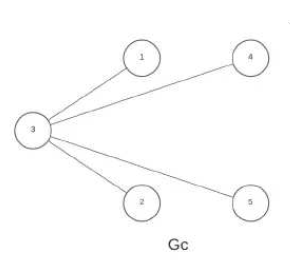
 

Imagen 17 “Grafo Complemento”.

1. **Grafo Auto complementario:**
   1. Primera definición:

Un grafo auto complementario es un grafo que es isomorfo a su complemento. Los grafos autocomplementarios más simples son el camino de 4 vértices y el ciclo de 5 vértices.[[11]](#footnote-15)

Ejemplo de un grafo autocomplementario el grafo azul N es isomorfo a su complemento, el grafo rojo con línea punteada Z:

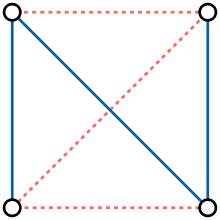
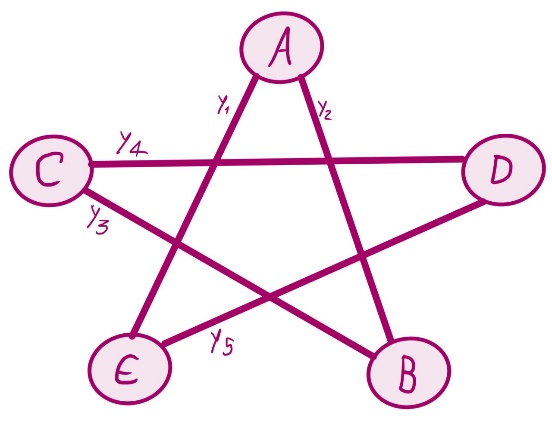


Imagen 18 “Grafo Auto complemento” tomada de Operaciones entre Grafos.

* 1. Segunda definición:

Todo grafo autocomplementario tiene 4n ó 4n+1 vértices, siendo n un número entero, es decir, el número de vértices de un grafo auto complementario es 0 ó 1(módulo 4). Esta es una condición necesaria, pero no suficiente, es decir que hay grafos con p = 4n ó p = 4n+1 vértices sin ser auto complementarios.[[12]](#footnote-16)

Ejemplo:



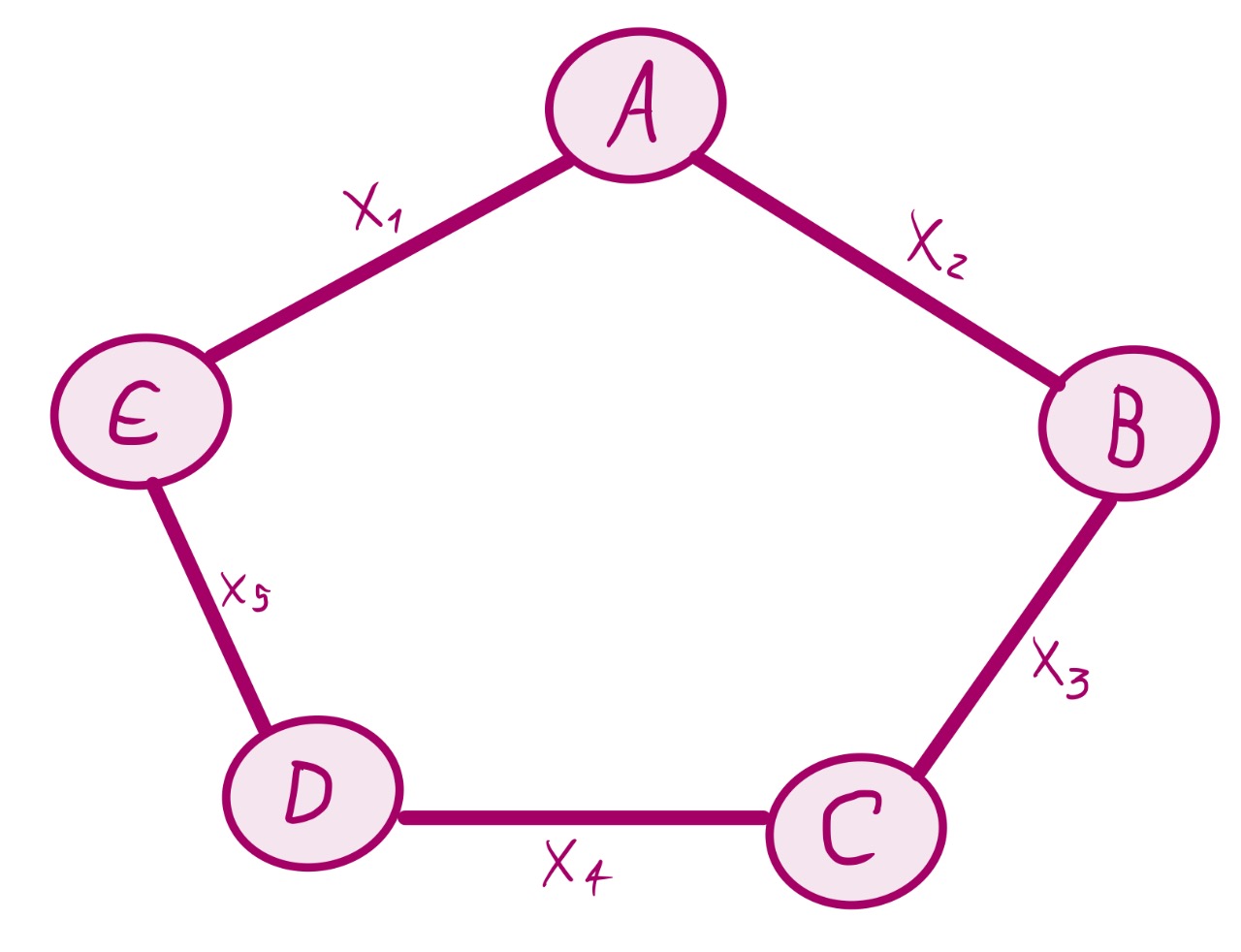


Imagen 19 “Grafo Auto complemento”.

* 1. Tercera definición:

Un grafo simple que es isomorfo a su complemento es llamado un grafo autocomplementario.[[13]](#footnote-17)

1. **Producto Tensorial:**
   1. Primera definición:

El producto tensorial de dos grafos es la operación (conjunción) entre dos grafos, , está definida como y dos vértices y están relacionados si se cumple:[[14]](#footnote-18)

.

Ejemplo:

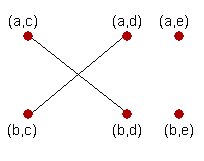
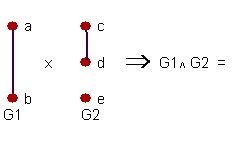


Imagen 20“Producto Tensorial” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

En teoría de grafos, el producto tensorial G × H de los gráficos G y H es un gráfico tal que el conjunto de vértices de G×H es el producto cartesiano V(G) × V(H); y vértices (g,h) y (g',h') son adyacentes en G×H si y solo si g es adyacente a g', y h es adyacente a h'.

El producto tensorial es también llamado el producto directo, producto de Kronecker, producto categórico, producto cardinal, producto relacional, producto directo débil, o conjuntamente.[[15]](#footnote-19)

Ejemplo:

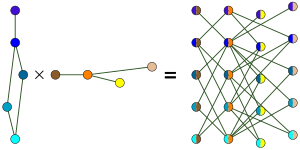


Imagen 21 “Producto Tensorial” tomada de Gráfico de producto categórico.

* 1. Tercera definición:

El producto directo o tensorial de los grafos G y H es el grafo con vértices son adyacentes en

Ejemplo:

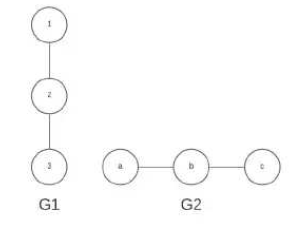
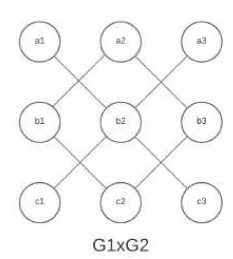
 

Imagen 22 “Producto Tensorial”

1. **Producto Cartesiano:**
   1. Primera definición:

La operación de "producto" (cartesiano) entre dos grafos, , está definida como , y dos vértices, y están relacionados si se cumple:[[16]](#footnote-21)

Ejemplo:

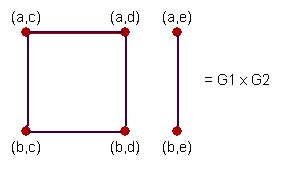
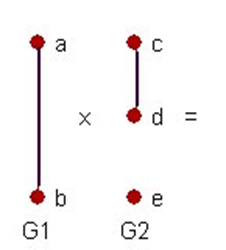


Imagen 23 “Producto Cartesiano” tomada de Teoría de Grafos.

* 1. Segunda definición:

El producto cartesiano de es un grafo en donde dos vértices (a,c) y (b,d) son adyacentes en si y solo si:[[17]](#footnote-22)

* a = b y c es adyacente con d en G2, o
* c = d y a es adyacente con b en G1.

Ejemplo:

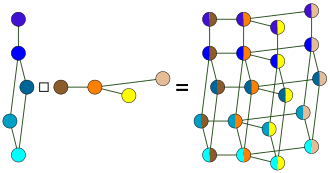


Imagen 24 “Producto Cartesiano” tomada de Graph Cartesian Product.

* 1. Tercera definición:

EI producto Cartesiano de Ios grafos es eI grafo con vértices y aristas si son adyacentes en H o bien son adyacentes en G.”

Ejemplo:

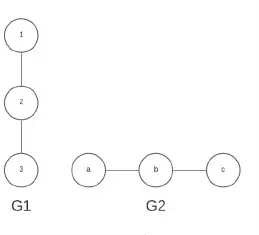
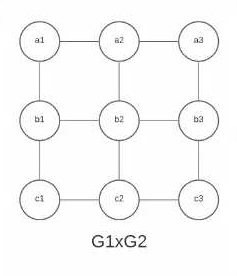
 

Imagen 25 “Producto Cartesiano”

1. **Composición de dos Grafos:**
   1. Primera definición:

La operación de composición entre dos grafos,, está definida como , y dos vértices y están en relación si se cumple: [[18]](#footnote-23)

Ejemplo:

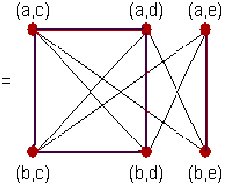
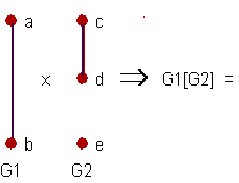


Imagen 26 “Composición de dos Grafos” tomada de Teoría de Grafos.

**Bibliografía**

1. M, C. C. (29 de Octubre de 2022). *Teoría de Grafos*. Obtenido de http://teoriadegrafos.blogspot.com/2007/03/suma-o-producto-umbral-de-dos-grafos.html
2. Viloria, J. (29 de Octubre de 2022). *Operaciones Entre Grafos*. Obtenido de https://pdfcoffee.com/operaciones-entre-grafos-4-pdf-free.html
3. López Ortíz. J (2010). Métodos matemáticos. Universitat Jaume. 978-84-693-4783-6.
4. Astudillo O., Salinas P., Castro J. (18 de diciembre de 1998). Fundamentos de Informática Teórica. Ingeniería de Computación. Universidad de la Serena.
5. Bray N. (2014). Producto tensorial de gráficas. MathWorld.
6. Weisstein, Eric W. (2014). Graph Cartesian Product. MathWorld.
7. Joyner D, Van Nguyen M, Phillips D. (2013). Algorithmic Graph Theory and Sage
8. Moyano V. (2012). Problemas de Conjunto Dominante en Grafos. Tesis de Licenciatura.
9. Weisstein, Eric W. (2014). Graph Cartesian Product. MathWorld.

1. (Algorithmic Graph Theory and Sage, David Joyner) [↑](#footnote-ref-3)
2. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-4)
3. (López Ortíz. J. Métodos matemáticos., 2010) [↑](#footnote-ref-5)
4. (Algorithmic Graph Theory and Sage, David Joyner) [↑](#footnote-ref-6)
5. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-7)
6. (Astudillo O. Fundamentos de Informática Teórica., 1998) [↑](#footnote-ref-8)
7. (Astudillo O. Fundamentos de Informática Teórica., 1998) [↑](#footnote-ref-11)
8. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-12)
9. (Astudillo O. Fundamentos de Informática Teórica., 1998) [↑](#footnote-ref-13)
10. (Algorithmic Graph Theory and Sage, David Joyner) [↑](#footnote-ref-14)
11. (Operaciones entre Grafos, Jose Viloria) [↑](#footnote-ref-15)
12. (M, 2022) [↑](#footnote-ref-16)
13. (Algorithmic Graph Theory and Sage, David Joyner) [↑](#footnote-ref-17)
14. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-18)
15. (Bray N. Producto tensorial de gráficas, 2014) [↑](#footnote-ref-19)
16. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-21)
17. (Eric W. Graph Cartesian Product, 2014) [↑](#footnote-ref-22)
18. (Teoría de Grafos, Claudio Cifuentes) [↑](#footnote-ref-23)